التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2\sin x-\sin 2x}{x^2} & x\neq 0\\ f(0)=0 \end{cases}$$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0=0$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{x|x-1|+2}{x+1}$$

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0=1$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{a}E\left(\dfrac{b}{x}\right) & ; \quad x\neq 0\\ f(0)=0 \end{cases}$$

حيث $a\neq 0$ و $b\neq 0$

1) بين أن $\left|\dfrac{f(x)}{x}-\dfrac{b}{a}\right|\leq\left|\dfrac{x}{a}\right| \quad (\forall x\in\mathbb{R}^*)$

2) استنتج أن f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0=0$

التمرين الرابع

1) باستعمال قابلية الاشتقاق أحسب النهايتين التاليتين :

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{3x-\pi\sin x}{6x-\pi} \quad \text{و} \quad \lim_{x\to 0}\frac{(2-x)^n-(2+x)^n}{x}$$

2) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a أحسب النهايتين

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+3h)-f(a-2h)}{h}$$

و $$\lim_{h\to 0}\frac{2f(a-h)+f(a+h)-3f(a)}{h}$$

3) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في النقطة 2

و بحيث $f'(2)=1 \; ; \; f(2)=-2$

أحسب النهاية $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{2\sqrt{4x+1}+3f(x)}{x-2}$

4) لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+a}{bx+1}$

حدد العددين a , b كي يقبل منحنى الدالة f من النقطة $I(0,2)$

مماسا يوازي $(\Delta)\, 2x+y-1=0$

التمرين الخامس

نعتبر الدالتين f ; g بحيث :

$$f(x)=\arctan\frac{x}{x+2}-\arctan\frac{x-2}{x}$$

$$g(x)=\arctan\frac{2}{x^2}$$

1) حدد D_f و D_g ثم أحسب $f'(x)$; $g'(x)$

2) استنتج العلاقة التي تربط الدالتين f ; g

التمرين السادس

نعتبر الدالة $f(x)=\arctan\left(\dfrac{2x}{1-x^2}\right)$

أ- حدد D_f و احسب نهايات الدالة f

ب- أحسب الدالة $f'(x)$ استنتج تبسيطا ل $f(x)$

التمرين السابع

لتكن f دالة متصلة على $[0,1]$,

و $f(x)\neq 0 \quad \forall x\in\,]0,1[$

وقابلة للاشتقاق على $]0,1[$ و بحيث : $f(1)=0$

بين أن : $\dfrac{f'(c)}{f(c)}=\dfrac{-2}{c} \quad : \quad \exists c\in\,]0,1[$

التمرين الثامن

لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق مرتين على $[a,b]$

و بحيث يوجد ثلاث أعداد x_1 ; x_2 ; x_3 من $[a,b]$

مع $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$

بين أن : $f''(\alpha)=0 \quad (\exists\alpha\in\,]a,b[)$

التمرين التاسع

f و g دالتان متصلتان على $[a,b]$ و قابلتين للاشتقاق

على المجال $]a,b[$ و بحيث $g'(x)\neq 0 \quad / \quad \forall x\in\,]a,b[$

1) بين أن $g(a)\neq g(b)$

2) نعتبر الدالة φ المعرفة على $[a,b]$ كما يلي :

$\varphi(x)=f(x)-f(a)-K(g(x)-g(a))$ و $K\in\mathbb{R}$

أ- حدد العدد K كي يكون $\varphi(b)=0$

ب- استنتج أن : $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\dfrac{f'(c)}{g'(c)} \quad / \quad \exists c\in\,]a,b[$

3) تطبيق : أحسب $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{x-\sin x}{x^3}$ و $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{\arctan x-x}{x^3}$

التمرين العاشر

لتكن f و g دالين متصلتين على $[a,b]$ و قابلتين

للاشتقاق على المجال $]a,b[$ و بحيث :

$|f'(x)|\leq g'(x) \quad / \quad (\forall x\in\,]a,b[)$

نضع : $h(x)=f(x)-g(x)$ و $k(x)=f(x)+g(x)$

1) أدرس رتابة كل من الدالتين h ; k

2) استنتج أن : $|f(b)-f(a)|\leq g(b)-g(a)$

تطبيق : بين أن $\arctan\dfrac{1}{2}-\arctan\dfrac{1}{8}\leq\dfrac{3}{8}$