



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2019  
- الموضوع -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه



RS26F

2	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

**Instructions au candidat(e)**

**تعليمات للمترشح(ة)**

<p><b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.</b></p>	<p>هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.</p>
<p><b>Le document que vous avez entre les mains est de 3 pages :la première est réservée aux recommandations.</b></p>	<p>تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Vous devez justifier les résultats ( Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...);</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره ( تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eviter l'écriture au stylo rouge;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

**Exercice n°1:(4.5 pts)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par:  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n - 9}{u_n - 5}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- 0.5 1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$
- 0.75 2. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n < 3$
- 0.5 3.a. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{5 - u_n}$
- 0.5 3.b. Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite croissante.
- 0.25 4. En déduire que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.
5. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{-2u_n + 4}{u_n - 3}$
- 0.25 5.a. Vérifier que  $v_0 = -1$
- 0.5 5.b. Montrer que  $v_{n+1} = \frac{-u_n + 1}{u_n - 3}$
- 0.5 5.c. En déduire que  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison 1
- 0.25 6.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{3v_n + 4}{v_n + 2}$
- 0.25 6.b. En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{3n + 1}{n + 1}$
- 0.25 6.c. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**Exercice n°2 :(4pts) (Les résultats seront donnés sous forme de fraction)**

Un sac  $S_1$  contient deux boules blanches, une boule rouge et trois boules vertes.

Un autre sac  $S_2$  contient une boule blanche, deux boules rouges et une boule verte.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante : « on tire une boule du sac  $S_1$  puis on tire une boule du sac  $S_2$  »

On considère les événements suivants :

$A$  : « Les deux boules tirées sont blanches »

$B$  : « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

- 1.5 1. Montrer que  $p(A) = \frac{1}{12}$
- 1.5 2. Montrer que  $p(\bar{B}) = \frac{7}{24}$  ( $\bar{B}$  est l'événement contraire de  $B$ ) et en déduire  $p(B)$
- 1 3. Calculer  $p(A \cup B)$

**Exercice n°3 :(11.5 pts)**

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = (1 - \ln x) \ln x$$

et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 0.75 1. Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  et interpréter géométriquement le résultat.
- 0.5 2.a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 2.b. On admet que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$   
Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter géométriquement le résultat.
- 1 3.a. Montrer que, pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}(1 - 2 \ln x)$
- 1.25 3.b. Montrer que  $f$  est croissante sur  $]0; \sqrt{e}]$  et qu'elle est décroissante sur  $[\sqrt{e}; +\infty[$
- 0.5 3.c. Calculer  $f(\sqrt{e})$  puis dresser le tableau de variations de  $f$
- 1.5 3.d. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$  et en déduire les coordonnées des points d'intersection de  $(C_f)$  avec l'axe des abscisses.
- 1 3.e. Donner l'équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C_f)$  au point d'abscisse  $x_0 = 1$
- 0.75 4.a. Montrer que  $f''(x) = \frac{1}{x^2}(2 \ln x - 3)$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$
- 1 4.b. Montrer que  $A\left(e^{\frac{3}{2}}; \frac{-3}{4}\right)$  est un point d'inflexion de  $(C_f)$
5. Dans la figure ci-dessous  $(C_f)$  est la courbe représentative de  $f$  et soit  $F$  la fonction définie par :
- $$F(x) = -x(\ln x)^2 + 3x \ln x - 3x$$
- 0.5 5.a. Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$
- 0.75 5.b. A partir de la courbe  $(C_f)$  ci-dessous, donner les variations de  $F$  sur  $]0; +\infty[$
- 1 5.c. Calculer l'aire de la partie hachurée.

