الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الاشتـــــــــــقاق ودراســـــــــة الـــدوال

❖ التمرين 1 .

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} f(x) = -x + \dfrac{2}{x}. \; x \in]-\infty.0[\cup]0.1[\\ f(x) = \dfrac{1+x}{2\sqrt{x}}. \quad x \in [1.+\infty[\end{cases}$$

ا- بين أن الدالة f متصلة في 1.

ب- ادرس قابلية الاشتقاق الدالة f في 1.

ج- احسب $f'(x)$ لكل $x \in D_f$ وكون جدول التغيرات .

❖ التمرين 2

g دالة عددية بحيث

$$\begin{cases} g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x}}. & x \le 0 \\ g(x) = x\sqrt{x}. & x \ge 0 \end{cases}$$

ا- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب- ادرس قابلية الاشتقاق في الصفر وأعط تأويلا للنتيجة المحصلة .

ج- احسب $f'(x)$ وكون جدول التغيرات .

❖ التمرين 3 .

لتكن f دالة بحيث

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x-1}. \\ f(1) = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

أ - حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب- ادرس اتصال الدالة f في 1.

ج - ادرس قابلية الاشتقاق في 1 وأول النتيجة هندسيا

❖ التمرين 4.

f دالة عددية بحيث: $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & x \neq 0 \\ f(0) =)0 \end{cases}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. بين أن f متصلة في 0.
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في 0.
4. احسب $f'(x)$ وكون جدول التغيرات.

❖ التمرين 5 .

حدد قيمة العدد الحقيقي a لكي تكون الدالة f المعرفة كما يلي:

$\begin{cases} f(x) = ax^2 - 1. & x \geq 1 \\ f(x) = ax - x. & x \prec 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق في1.

❖ التمرين 6 .

g دالة ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بما يلي: $g(x) = \sqrt{x^2-4} + x$.

1. حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g .
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة g على اليمين في 2 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة .
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة g على اليسار في 2- وأول النتيجة المحصلة .
4. احسب $g'(x)$ $\forall x \in D_g$. .

❖ التمرين 7 .

f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x) = \dfrac{3(x+1)}{\sqrt{2x-1}}$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f واحسب النهايات عند المحدات .
2. ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f).
3. ادرس تغيرات الدالة f .
4. بين أن $x \in D_f$ لـ كل $f''(x) = \dfrac{3(5-x)}{(2x-1)^{\frac{5}{2}}}$:.ثم حدد احداثيتي النقطة I نقطة انعطاف المنحنى (C_f) .

(تابع)

5 .أنشئ في م.م.م مماس للمنحنى (C_f) في النقطة I ثم أنشئ المنحنى (C_f).

6 . لتكن g قصور الدالة f على المجال $J=[2.+\infty[$.

أ - بين أن g تقبل دالة عكسية من J نحو k يجب تحديده .

ب - احسب $(g^{-1})'(6)$.

ج- أنشئ في نفس المعلم منحنى الدالة $g^{-1}(x)$.

❖ التمرين 8 .

نعتبر الدالة f بحيث $f(x)=1-|x|+\frac{4}{5}\sqrt{x^2-1}$:

وليكن (C) منحناها في م.م.م $(o.\vec{i}.\vec{j})$.

1. ا- حدد D_f حيز تعريف الدالة f .

ب- تحقق أن f دالة زوجية .

ج- احسب $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

2. ا- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 1.

ب- بين أن $f'(x)=\frac{25-9x^2}{5\sqrt{x^2-1}\left(4x+5\sqrt{x^2-1}\right)}$. $\forall x\in]1.+\infty[$:

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f على $]1.+\infty[$ ثم على D_f.

3. ا- أتبت أن المنحنى يقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$.

ب- حدد نقط تقاطع (C_f) مع محور الافاصيل .

ج- أنشئ المنحنى (C_f).

4. لتكن g قصور الدالة f على المجال $\left[\frac{5}{3}.+\infty\right[$.

أ - بين أن g تقبل دالة عكسية وحدد حيز تعريفها .

ب - احسب $(g^{-1})'(0)$.

ج- أنشئ منحنى الدالة العكسية g^{-1} في نفس المعلم $(o.\vec{i}.\vec{j})$

❖ التمرين 9

f دالة عددية بحيث: $f(x)=-x+\sqrt{\frac{x}{x-1}}$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) احسب النهايات عند المحدات .

3) ا- ادرس قابلية اشتقاق f على اليسار في النقطة0

ب- حدد الدالة المشتقة للدالة f وتحقق أن $\forall x \in D_f-\{0\}\ ;f'(x)\prec 0$

4) أعط جدول تغيرات الدالة f .

5) في المستوى المنسوب إلى م.م.م $(o.\vec{i}.\vec{j})$. نعتبر المنحنى (C) الممثل للدالة f والمستقيم الذي معادلته (D). $y=-x+1$:

أ - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D).

ب - ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C).

ج- حدد نقطتي تقاطع المنحنى ومحور الافاصيل .

ه- ارسم المنحنى .

❖ التمرين

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بما يلي . $f(x)=2\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x}}$:

1 - حدد D_f حيز تعريف الدالة f .

2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3- بين أن . $f(x)=\frac{1}{x}\left(1-2\sqrt{x^2-x}\right)$. $\forall x\prec 0$:واستنتج $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$.

4- ادرس اشتقاق الدالة f على اليمين في $x_0=1$.

5- حدد $f'(x)$ مشتقة الدالة f وكون جدول التغيرات

6- حدد تقاطع منحنى الدالة f ومحور الافاصيل .

7- أنشئ منحنى الدالة f .

تمرين 1

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+x-3}{x-1}$ ، $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-2}{x-2}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-2x-2}{x^2+x-2}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}(x+2)$$
$$=4$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+x-3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(2x+3)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1}(2x+3)$$
$$=5$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-2x-2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+2x+2)}{(x-1)(x+2)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x+2}{x+2}$$
$$=\frac{5}{3}$$

تمرين 2

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{x^2-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x}$$
$$=2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x}{x+1}$$
$$=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

تمرين 3

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 4

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 5

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 6

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x}$$
$$=2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x}$$
$$=0$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 7

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x}$$
$$=2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x}$$
$$=0$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 8

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x}$$
$$=2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x}$$
$$=0$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 9

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}$

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$ ، $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$

تحليل

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x}$$
$$=2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+x}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x}$$
$$=0$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+x+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
$$=\frac{3}{2}$$

تمرين 10

أنظر الدالة المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

① أحسب نهاية الدالة f عند 1

② أحسب نهاية الدالة f عند -2

③ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

④ أحسب نهاية الدالة f عند 0

تحليل

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$$

① $\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}$

$=\frac{2}{3}$

② $\lim_{x\to -2}f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\frac{3}{0}$

$=+\infty$

③ $\lim_{x\to +\infty}f(x)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2}{x^2}$

$=\lim_{x\to +\infty}1$

$=1$

$\lim_{x\to -\infty}f(x)=\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2}{x^2}$

$=\lim_{x\to -\infty}1$

$=1$

④ $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\frac{-1}{-2}$

$=\frac{1}{2}$

تمرين 11

أنظر الدالة المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

① أحسب نهاية الدالة f عند 1

② أحسب نهاية الدالة f عند -2

③ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

④ أحسب نهاية الدالة f عند 0

تحليل

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$$

① $\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}$

$=\frac{2}{3}$

② $\lim_{x\to -2}f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\frac{3}{0}$

$=+\infty$

③ $\lim_{x\to +\infty}f(x)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2}{x^2}$

$=\lim_{x\to +\infty}1$

$=1$

$\lim_{x\to -\infty}f(x)=\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2}{x^2}$

$=\lim_{x\to -\infty}1$

$=1$

④ $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\frac{-1}{-2}$

$=\frac{1}{2}$

تمرين 12

أنظر الدالة المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

① أحسب نهاية الدالة f عند 1

② أحسب نهاية الدالة f عند -2

③ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

④ أحسب نهاية الدالة f عند 0

تحليل

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$$

① $\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$

$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x+2}$

$=\frac{2}{3}$

② $\lim_{x\to -2}f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\frac{3}{0}$

$=+\infty$

③ $\lim_{x\to +\infty}f(x)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2}{x^2}$

$=\lim_{x\to +\infty}1$

$=1$

$\lim_{x\to -\infty}f(x)=\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2}{x^2}$

$=\lim_{x\to -\infty}1$

$=1$

④ $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

$=\frac{-1}{-2}$

$=\frac{1}{2}$