

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2017

- الموضوع -

RS 30



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)	المعامل	7

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء.

الكيمياء (7 نقط):

- دراسة حمأة إستر ودراسة محلول مائي لحمض البروبانويك.

- دراسة العمود كادميوم- فضة.

الفيزياء (13 نقطة):

✓ التحولات النووية (2,25 نقط):

- دراسة نشاط عينة مشعة.

✓ الكهرباء (5,25 نقط) :

- شحن مكثف وتفرغه.

- التذبذبات القسرية في الدارة (RLC).

✓ الميكانيك (5,5 نقط) :

- دراسة حركة المتذبذب (جسم صلب - نابض).

- تحديد شعاع مدار القمر حول الأرض.



الكيمياء (7 نقط) :

الجزء الأول والثاني مستقلان

الجزء الأول : دراسة حلمأة إستر ودراسة محلول مائي لحمض البروبانويك

تعتبر الأحماض الكربوكسيلية من المواد الكيميائية التي توجد في المواد العضوية الطبيعية و المصنعة، وتستعمل هذه الأحماض في إنتاج مواد مختلفة كالإسترات، المميّزة بنكهاتها الخاصة، التي تستغل في مجالات مختلفة كالصناعة الصيدلانية والصناعة الغذائية...
نهتم في هذا الجزء بدراسة تفاعل حلمأة إستر E ودراسة محلول مائي لحمض البروبانويك (C_2H_5COOH).

معطيات:

- الكتل المولية : $M(E)=102 \text{ g.mol}^{-1}$ ، $M(C_2H_5OH)=46 \text{ g.mol}^{-1}$ ، $M(C_2H_5COOH)=74 \text{ g.mol}^{-1}$
- $pK_A(C_2H_5COOH_{(aq)} / C_2H_5COO^-_{(aq)})=4,9$

1- دراسة حلمأة إستر:

1-1- في ظروف تجريبية معينة ، ينتج عن تفاعل $n_1=0,1 \text{ mol}$ من إستر E مع $n_2=0,1 \text{ mol}$ من الماء، حمض البروبانويك و الإيثانول (C_2H_5OH) .

1-1-1- أكتب الصيغة نصف المنشورة للإستر E وأعط اسمه. 0,5

1-1-2- حدد كتلة الحمض الكربوكسيلي الناتج عند التوازن علما أن ثابتة التوازن المقرونة بالمعادلة المنمذجة لهذا التحول هي $K=0,25$. 0,75

2- 1- ننجز الحلمأة القاعدية لكمية من الإستر E كتلتها $m_0=10,2 \text{ g}$ باستعمال محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ بوفرة، فنحصل على كتلة $m_{exp}=4,2 \text{ g}$ من الكحول.

1-2-1- أكتب المعادلة المنمذجة للتفاعل الذي يحدث. 0,25

1-2-2- حدد المردود r لهذا التفاعل. 0,5

2- دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك:

2-1- نتوفر على محلول مائي لحمض البروبانويك تركيزه المولي C وحجمه V . أعطى قياس pH المحلول القيمة $pH=2,9$.

2-1-1- أكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل حمض البروبانويك مع الماء. 0,25

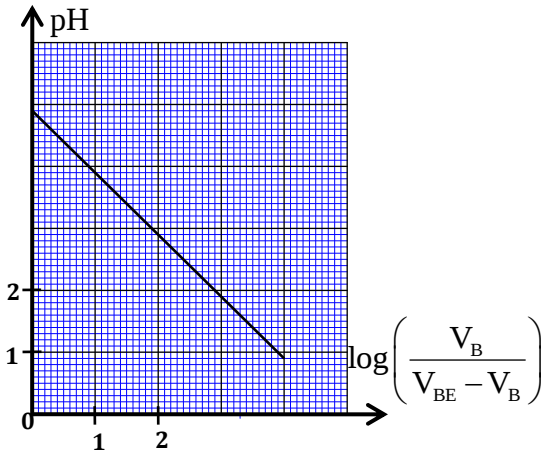
2-1-2- عبر عن pH المحلول بدلالة pK_A للمزدوجة $C_2H_5COOH_{(aq)} / C_2H_5COO^-_{(aq)}$ وتركيز النوعين الكيميائيين C_2H_5COOH و $C_2H_5COO^-$ في المحلول. 0,25

2-1-3- بين أن نسبة التقدم النهائي للتفاعل يكتب على الشكل $\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A - pH}}$. أحسب قيمتها. 1

2-2- نأخذ حجما V_A من محلول مائي لحمض البروبانويك تركيزه المولي C_A ، ونضيف إليه تدريجيا محلولاً مائياً (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي C_B و ننتبغ تغير pH الخليط التفاعلي بدلالة الحجم V_B للمحلول (S_B) المضاف.

إعتمادا على القياسات المحصل عليها، تم خط منحنى الشكل أسفله و الذي يمثل تغيرات pH الخليط التفاعلي بدلالة

$$\log \left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \right) \text{ مع } V_B < V_{BE} \text{ حيث } V_{BE} \text{ هو حجم هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ.}$$



2-2-1 أكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل المعايرة .

0,25

2-2-2 أوجد، عند إضافة حجم V_B من المحلول (S_B)، تعبير

0,5

الخارج $\frac{[C_2H_5COO^-]_{(aq)}}{[C_2H_5COOH]_{(aq)}}$ بدلالة V_{BE} و V_B .

2-2-3 تحقق من قيمة $pK_A(C_2H_5COOH_{(aq)} / C_2H_5COO^-_{(aq)})$.

0,5

الجزء الثاني : دراسة العمود كادميوم- فضة

ندرس العمود كادميوم- فضة الذي تتدخل فيه المزدوجتان مؤكسد- مختزل التاليتان: $Ag^+_{(aq)} / Ag_{(s)}$ و $Cd^{2+}_{(aq)} / Cd_{(s)}$.

معطيات :

- الفارادي : $1F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$

- ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل : $2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \xrightleftharpoons[(2)]{(1)} 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$ هي $K \approx 5.10^{40}$ عند 25°C

- الكتلة المولية للكاديوم: $M(Cd) = 112,4 \text{ g.mol}^{-1}$

- يوجد بوفرة الجزء المغمور من الإلكترود القابل للاستهلاك.

ننجز هذا العمود بغمر صفيحة من الفضة في كأس تحتوي على الحجم $V = 250 \text{ mL}$ من محلول مائي لنترات الفضة

على الحجم $V = 250 \text{ mL}$ من محلول مائي لنترات الكاديوم $Cd^{2+}_{(aq)} + 2NO_3^-_{(aq)}$ تركيزه المولي البدئي $C_1 = [Ag^+_{(aq)}]_i = 0,400 \text{ mol.L}^{-1}$ و صفيحة من الكاديوم في كأس آخر تحتوي

على الحجم $V = 250 \text{ mL}$ من محلول مائي لنترات الكاديوم $Cd^{2+}_{(aq)} + 2NO_3^-_{(aq)}$ تركيزه المولي البدئي

$C_2 = [Cd^{2+}_{(aq)}]_i = 0,200 \text{ mol.L}^{-1}$. نوصل المحلولين بقنطرة ملحقة.

نركب، على التوالي، بين إلكترودي العمود موصلا أوميا و أمبيرمترا و قاطعا للتيار.

1- اختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية:

0,5

أ- التحولات التي تحدث في الأعمدة هي تحولات قسرية.

ب- القطب الموجب للعمود هو إلكترود الفضة.

ج- منحنى التطور التلقائي للمجموعة الكيميائية المكونة للعمود هو المنحنى (2) لمعادلة التفاعل.

د- تحدث الأكسدة عند الكاثود.

2- نغلق الدارة عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ ($t = 0$)، فيمر فيها تيار كهربائي شدته ثابتة $I = 215 \text{ mA}$.

2-1 عبر عن خارج التفاعل Q_r عند لحظة t بدلالة التقدم x للتفاعل.

0,5

2-2 أحسب Q_r عند اللحظة $t = 10 \text{ h}$.

0,75

2-3 أحسب $|\Delta m|$ ، تغير كتلة إلكترود الكاديوم بين اللحظتين $t = 0$ و اللحظة التي يستهلك فيها العمود كليا.

0,5

الفيزياء (13 نقطة):

التحولات النووية (2,25 نقطة) :

دراسة نشاط عينة مشعة

ندرس في هذا التمرين تفتت عينة مشعة للكوبالت تحمل بطاقتها التقنية المعلومات التالية :

- الكوبالت $^{60}_{27}\text{Co}$:
- الكتلة المولية الذرية: $M = 60 \text{ g.mol}^{-1}$.
- النشاط الإشعاعي β^- .
- ثابتة الزمن: $\tau = 2,8.10^3 \text{ jours}$.

معطيات:

- ثابتة أفوكادرو: $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ،
- سنة شمسية : $1 \text{ an} = 365,25 \text{ jours}$ ،
- طاقة الربط للنوييدة ^A_ZX : $E_\ell = 588,387 \text{ MeV}$ ،
- $m(^{60}\text{Co}) = 59,8523 \text{ u}$ ،
- $m(^1_0\text{n}) = 1,00866 \text{ u}$ ، $m(^1_1\text{p}) = 1,00728 \text{ u}$ ، $m(^0_{-1}\text{e}) = 5,486.10^{-4} \text{ u}$ ،
- $1 \text{ u} = 931,494 \text{ MeV.c}^{-2}$.

1- اختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية :

0,5

- أ- لثابتة النشاط الإشعاعي بعد الزمن.
- ب- يعبر عن نشاط عينة بالثانية.
- ج- حسب منحني أسطون، بالنسبة للنوى الثقيلة، تتناقص درجة الاستقرار مع تزايد ثقل النوى.
- د- يعبر عن النقص الكتلي بالوحدة MeV .

2- عرف النشاط الإشعاعي من طراز β^- .

0,25

3- ينتج عن تفتت الكوبالت $^{60}_{27}\text{Co}$ النوييدة ^A_ZX . إعتماذا على طاقات الكتلة أحسب، بالوحدة MeV ، $|\Delta E|$ الطاقة المحررة عند تفتت النوييدة $^{60}_{27}\text{Co}$.

0,75

4- الكتلة البدئية للعينة المشعة لحظة تسلمها من طرف مختبر مختص هي : $m_0 = 50 \text{ mg}$.

0,75

نعتبر لحظة تسلم العينة أصلا للتواريخ ($t=0$) . أعطى قياس النشاط الإشعاعي للعينة المدروسة عند لحظة t_1 القيمة: $a_1 = 5,18.10^{11} \text{ Bq}$.

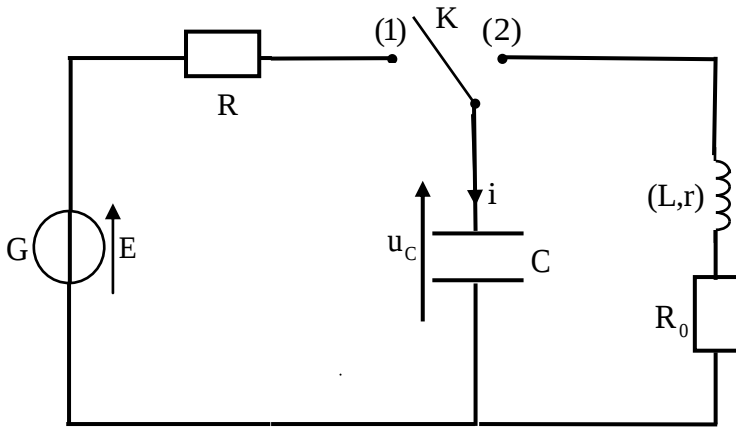
بيّن أن $t_1 = \tau \ln \left(\frac{N_A \cdot m_0}{\tau \cdot M \cdot a_1} \right)$. أحسب قيمتها بالوحدة "an" .

الكهرباء (25,5 نقط)

يهدف هذا التمرين إلى دراسة :

- شحن مكثف يحمل شحنة بدئية ،
- التذبذبات الحرة في دارة (RLC) متوالية،
- التذبذبات القسرية في دارة (RLC) متوالية.

أ- شحن مكثف وتفريغه



الشكل 1

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل 1
و المكوّن من :

- مولد G للتوتر قوته الكهرمحركة $E=8V$ ،
- موصلين أوميين مقاومتاهما R و $R_0=30\Omega$ ،
- مكثف سعته $C=2,5\mu F$ ، حيث التوتر البدئي $u_C = U_0$ مع $0 < U_0 < E$ ،
- قاطع للتيار K ،
- وشيعة معامل تحريضها $L=0,5H$ و مقاومتها $r=7\Omega$.

1- شحن المكثف :

عند لحظة نتخذها أصلا للتواريخ $(t=0)$ ، نضع

قاطع التيار K في الموضع (1) فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t)$.

يمثل منحنى الشكل 2 تطور $i(t)$ مع الزمن (T) . هو المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$.

1-1 أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$. 0,5

1-2 حدد المقاومة R للموصل الأومي. 0,5

1-3 حدد U_0 . 0,5

1-4 أوجد ، بدلالة E و C و U_0 ، تعبير الطاقة الكهربائية 0,5

E_{el} المكتسبة من طرف المكثف خلال مدة النظام الانتقالي. أحسب قيمتها.

2- التذبذبات الحرة في الدارة (RLC) :

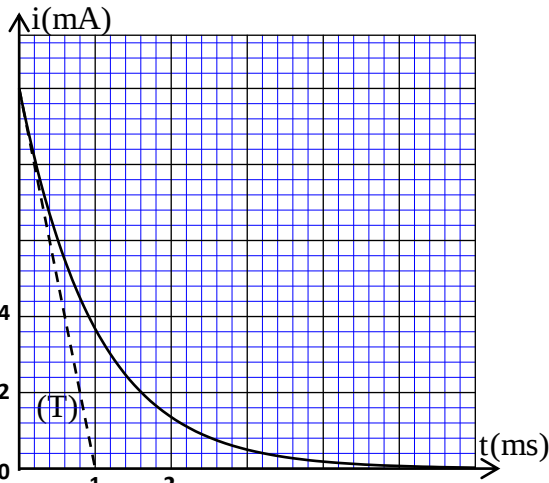
عندما يتحقق النظام الدائم، نؤرجح قاطع التيار K إلى الموضع (2) عند لحظة نعتبرها أصلا جديدا للتواريخ $(t=0)$.

2-1 اعتمادا على تعبير القدرة الكهربائية، أثبت تعبير الطاقة المغنطيسية $E_m(t)$ المخزونة في الوشيعة عند لحظة تاريخها t بدلالة L و $i(t)$. 0,5

2-2 أوجد تعبير $\frac{dE_t(t)}{dt}$ بدلالة r و R_0 و $i(t)$ حيث $E_t(t)$ تمثل الطاقة الكهربائية الكلية للدارة. 0,5

2-3 بيّنت الدراسة التجريبية أن نظام التذبذبات شبه دوري، و أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يأخذ قيمة قصوى $u_{R_0}(t_1) = 0,44V$ عند لحظة $t = t_1$. 0,5

حدد $|\Delta E|$ الطاقة المبددة في الدارة بين اللحظتين $t=0$ و t_1 .



الشكل 2

II - التذبذبات القسرية في الدارة (RLC)

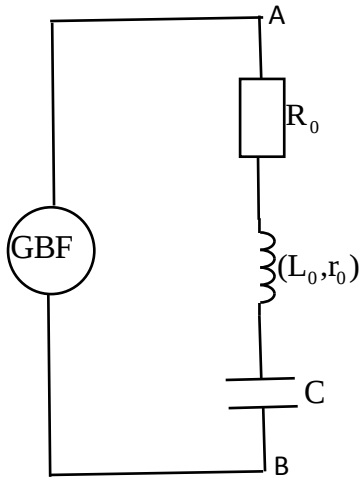
ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل 3 والمكوّن من:

- مولد للترددات المنخفضة (GBF)،
- وشيعة معامل تحريضها L_0 و مقاومتها r_0 ،
- الموصل الأومي ذي المقاومة $R_0 = 30\Omega$ ،
- المكثف ذي السعة $C = 2,5\mu F$.

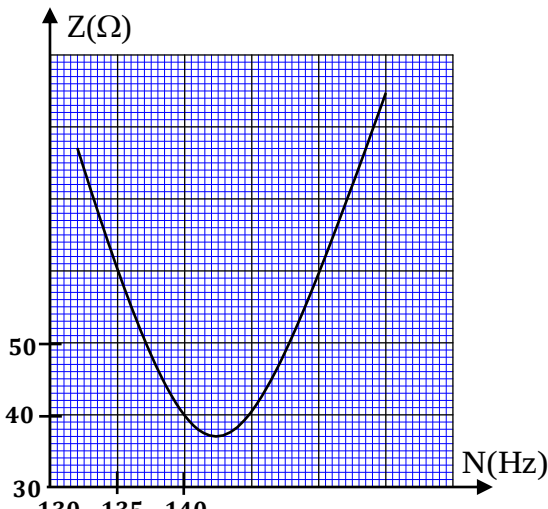
يزود المولد الدارة بتوتر متناوب جيبي: $u(t) = U_m \cos(2\pi Nt)$ تردده N قابل

للضبط، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته : $i(t) = I_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$.

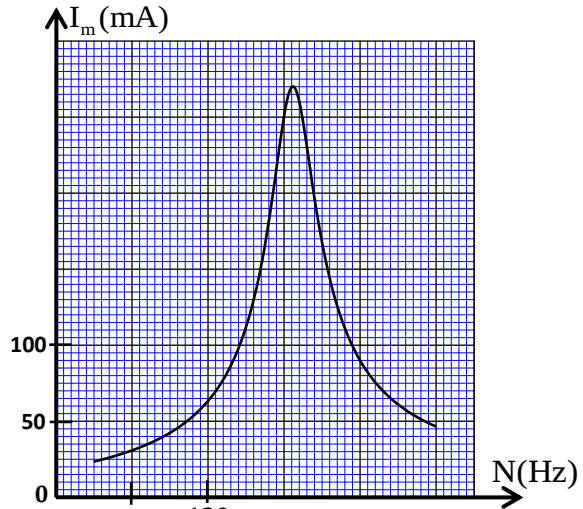
نغير التردد N للتوتر $u(t)$ ونحافظ على توتره القصوى U_m ثابتا. مكنت الدراسة التجريبية من خط المنحنيين الممثلين في الشكلين 4 و 5 حيث Z ممانعة الدارة و I_m الشدة القصوى للتيار.



الشكل 3



الشكل 5



الشكل 4

1- اختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية:

0,5

أ- يلعب المولد (GBF) دور الرنان.

ب - تذبذبات الدارة تذبذبات حرة.

ج- يمثل φ معامل القدرة.

د- تعبير معامل الجودة هو $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$.

2- حدد قيمة كل من U_m و L_0 و r_0 .

0,75

3- حدد قيمة القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة في الدارة عند الرنين.

0,5

الميكانيك (5,5 نقط)

الجزءان الأول والثاني مستقلان

الجزء الأول : دراسة حركة المتذبذب (جسم صلب - نابض)

ندرس في هذا الجزء حركة متذبذب ميكانيكي مرن في وضعيتين:

- المتذبذب في وضعية أفقية ،

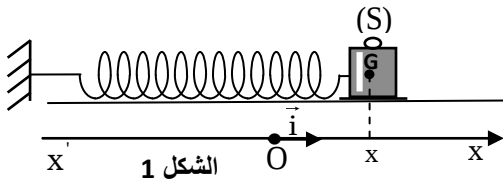
- المتذبذب في وضعية رأسية.

ننمذج المتذبذب الميكانيكي المرن المدروس بمجموعة (جسم صلب - نابض)، تتكون من جسم صلب (S) كتلته m و نابض لفاته غير متصلة و كتلته مهملة و صلابته K . نرمز ب T_0 للدور الخاص لهذا المتذبذب.

ندرس حركة مركز القصور G للجسم (S) في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

نهمل جميع الاحتكاكات و نأخذ $\pi^2 = 10$.

1- دراسة حركة المتذبذب الميكانيكي في وضعية أفقية:



نضع النابض في وضعية أفقية و نثبت أحد طرفيه بحامل ثابت و نربط بطرفه الآخر الجسم (S). الجسم (S) قابل للانزلاق فوق المستوى الأفقي.

نمعلم موضع G عند لحظة t بالأفصول x على المحور $(O, \vec{i})$.

عند التوازن، ينطبق G مع الأصل O للمعلم $R(O, \vec{i})$ (الشكل 1).

نزريح (S) عن موضع توازنه، ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند لحظة نختارها

أصلا للتواريخ $(t = 0)$.

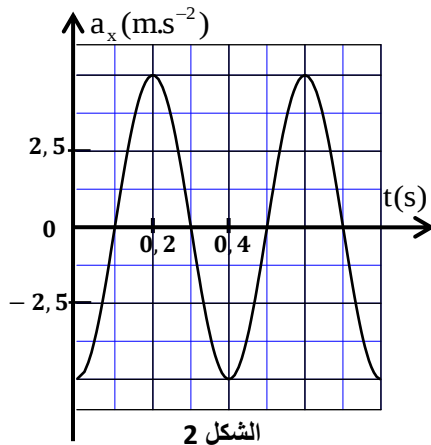
يمثل منحني الشكل 2 تطور التسارع a_x لمركز القصور G خلال الزمن.

1-1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها

الأفصول $x(t)$.

1-2 يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

حدد قيمة كل من x_m و φ .



2- دراسة حركة المتذبذب في وضعية رأسية:

في هذه الوضعية نثبت النابض المدروس كما هو مبين في الشكل 3 حيث

نثبت أحد طرفيه بحامل و نثبت الطرف الآخر بالجسم (S).

نمعلم موضع G عند لحظة t بالأنسوب z على المحور $(O, \vec{k})$.

عند التوازن، ينطبق G مع أصل المعلم $R(O, \vec{k})$ (الشكل 3).

نزريح رأسيا نحو الأسفل الجسم (S) عن موضع توازنه المستقر، ثم نحرره بدون

سرعة بدئية عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t = 0)$ فينجز المتذبذب حركة

تذبذبية وفق المحور (Oz) .

نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة O مرجعا لطاقة الوضع الثقالية E_{pp}

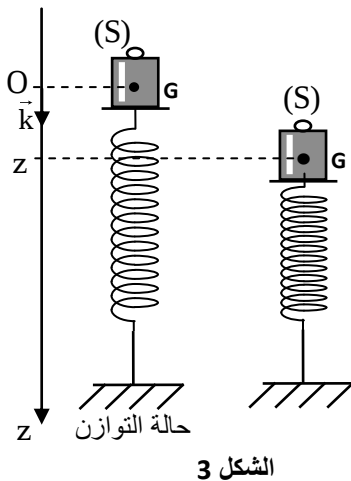
($E_{pp} = 0$) والحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة

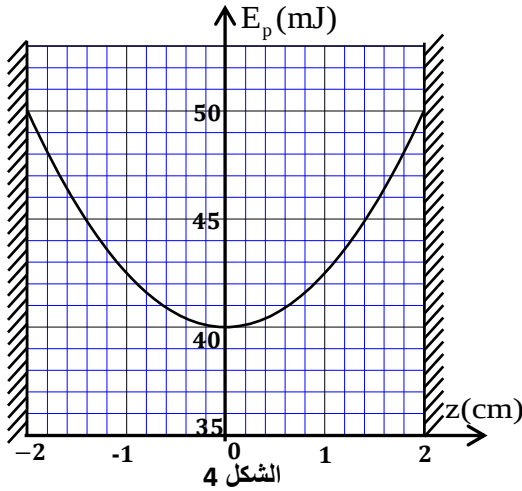
($E_{pe} = 0$) E_{pe} .

2-1 حدد عند التوازن، تعبير الإطالة $\Delta\ell_0 = \ell - \ell_0$ للنابض بدلالة m و K و g شدة

الثقالة، حيث ℓ طول النابض عند التوازن و ℓ_0 طوله الأصلي.

2-2 بين أن تعبير طاقة الوضع الكلية E_p للمتذبذب عند لحظة t يكتب على شكل: $E_p = Az^2 + B$ مع A و B ثابتتان.





الشكل 4

2-3- يمثل منحني الشكل 4 تغيرات طاقة الوضع الكلية E_p بدلالة الأنسوب z .

2-3-1- أوجد قيمة كل من K و $\Delta \ell_0$.

0,5

2-3-2- إعتامادا على تغير طاقة الوضع الكلية E_p ، أوجد شغل قوة

0,5

الارتداد $\bar{T}$ المطبقة من طرف النابض على الجسم (S) عند انتقال G من الموضع ذي الأنسوب $z_1 = 0$ إلى الموضع ذي الأنسوب $z_2 = 1,4 \text{ cm}$.

الجزء الثاني: تحديد شعاع مدار القمر حول الأرض.

يهدف هذا الجزء إلى تحديد المسافة الفاصلة بين الأرض والقمر، انطلاقا من دراسة حركة القمر حول الأرض و حركة الأرض حول الشمس.

تتم الدراسة في كل حالة في مرجع نعتبره غاليليا.

نعتبر أن : - لكل من الأرض و الشمس و القمر تماثل كروي لتوزيع الكتلة.

- القمر لا يخضع إلا لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الأرض.

- الأرض لا تخضع إلا لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس.

معطيات :

• الدور المداري لحركة مركز القصور G للأرض حول الشمس: $T = 365,25 \text{ jours}$

• الدور المداري لحركة مركز القصور G' للقمر حول الأرض : $T' = 27,32 \text{ jours}$

• نعتبر أن : - حركة G في المرجع المركزي الشمسي دائرية شعاعها $R = 1,49.10^8 \text{ km}$ و مركز مسارها ينطبق مع مركز قصور الشمس.

- حركة G' في المرجع المركزي الأرضي دائرية شعاعها r و مركز مسارها ينطبق مع المركز G.

نرمز ب M لكتلة الشمس و ب m لكتلة الأرض و ب m' لكتلة القمر. نأخذ: $\frac{M}{m} = 3,35.10^5$.

1- عرف المرجع المركزي الأرضي.

0,25

2- إختار الجواب الصحيح من بين الاقتراحات التالية:

0,5

أ- يعبر عن قيمة ثابتة التجاذب الكوني ب: m.s^{-2} .

ب- متجهة التسارع لمركز القصور G للأرض مماسة لمسارها الدائري حول الشمس.

ج- لمتجهة التسارع إتجاه ثابت في الحركة الدائرية المنتظمة.

د- سرعة الحركة الدائرية المنتظمة لكوكب حول الشمس لا تتعلق بكتلة الكوكب.

3- أعط التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس على الأرض في أساس فريني $(\vec{u}, \vec{n})$.

0,25

4- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بيّن أن حركة مركز القصور G للأرض حول الشمس دائرية منتظمة.

0,5

5- أثبت، بالنسبة لحركة مركز القصور G للأرض حول الشمس، تعبير القانون الثالث لكبلير.

0,5

6- أوجد تعبير الشعاع r لمدار القمر حول الأرض بدلالة m و M و T و T' و R . أحسب قيمته.

0,75

تصحيح الامتحان الموحد الوطني للباكالوريا لمادة الفيزياء والكيمياء

الدورة الإستدراكية 2017

الشعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

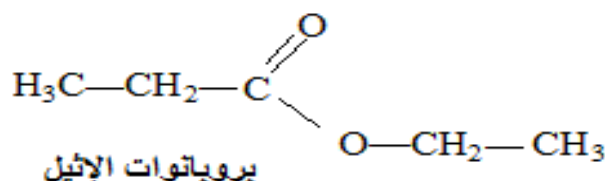
الكيمياء (7 نقط)

الجزء الأول : دراسة حلمأة إستر و دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك

1- دراسة حلمأة إستر :

-1-1

1-1-1 كتابة الصيغة نصف منشورة للإستر وإعطاء اسمه :



1-1-2 تحديد كتلة الحمض الناتج عند التوازن :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل	$\text{C}_2\text{H}_5\text{COOC}_2\text{H}_5 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COH}$			
الحالة البدئية	n_1	n_2	0	0
الحالة النهائية	$n_1 - x_{eq}$	$n_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

تعبير ثابتة التفاعل :

$$K = \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{eq} \cdot [\text{C}_2\text{H}_5\text{COH}]_{eq}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOC}_2\text{H}_5]_{eq} \cdot [\text{H}_2\text{O}]_{eq}} = \frac{x_{eq}^2}{(n_1 - x_{eq})^2} = \left(\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}} \right)^2$$

$$\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}} = \sqrt{K} \Rightarrow x_{eq} = \sqrt{K}(n_1 - x_{eq}) \Rightarrow x_{eq} = \frac{n_1 \cdot \sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

$$n_f(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) = x_{eq} = \frac{m_{acide}}{M(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH})} \Rightarrow m_{acide} = n_f(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) \cdot M(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH})$$

$$m_{acide} = \frac{n_1 \cdot \sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}} \cdot M(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH})$$

$$m_{acide} = \frac{0,1 \times \sqrt{0,25}}{1 + \sqrt{0,25}} \times 74 \approx 2,47 \text{ g}$$

ت.ع :

1-2 الحلمأة القاعدية للإستر

1-2-1 المعادلة المنمذجة للتفاعل :



ENNAJAH.MA

رفيقكم الدائم



2-2-1- مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{eq} = n_{exp}(alcohol) = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)}$$

$$x_{max} = n_0(ester) = \frac{m_0}{M(C_2H_5COOC_2H_5)}$$

$$r = \frac{n_{exp}(alcohol)}{n_0(ester)} = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)} \cdot \frac{M(C_2H_5COOC_2H_5)}{m_0}$$

$$r = \frac{4,2}{46} \times \frac{102}{10,2} = 0,913 \Rightarrow r \simeq 91 \%$$

2- دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك :

-2-1

2-1-1- معادلة تفاعل حمض البروبانويك والماء :



2-1-2- تعبير pH بدلالة pK_A و $[C_2H_5COOH]$ و $[C_2H_5COO^-]$:

$$pH = pK_A + \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$$

2-1-3- إثبات العلاقة $\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A-pH}}$:

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{max} = C.V \quad \text{و} \quad [H_3O^+] = [C_2H_5COO^-] = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[C_2H_5COOH] = \frac{C.V - x_{eq}}{V} = C - \frac{x_{eq}}{V} = C - [C_2H_5COO^-]$$

$$C = [C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]$$

$$\tau = \frac{V \cdot [C_2H_5COO^-]}{C.V} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C[C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]} = \frac{1}{1 + \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]}}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} \Rightarrow \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = pH - pK_A$$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = 10^{pH-pK_A} \Rightarrow \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]} = 10^{pK_A-pH}$$

نستنتج العلاقة :

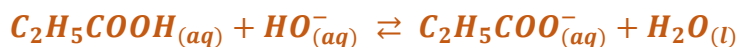
$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A-pH}}$$

حساب τ :

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{4,9-2,9}} = 9,9.10^{-3} \Rightarrow \tau \approx 1 \%$$

-2-2

-2-2-1 معادلة تفاعل المعايرة :

-2-2-2 تعبیر الخارج $\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ بدلالة V_B و V_{BE} :

معادلة التفاعل	$C_2H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftharpoons C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
الحالة البدئية	$C_A \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	بوفرة
عند التوازن	$C_A \cdot V_A - x_E$	$C_B \cdot V_B - x_E$	x_E	بوفرة

لدينا :

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{\frac{x_E}{V}}{\frac{C_A \cdot V_A - x_E}{V}} = \frac{x_E}{C_A \cdot V_A - x_E}$$

المتفاعل المحد هو HO^- (قبل التكافؤ $V_B < V_{BE}$) و التقدم الأقصى هو : $x_E = x_{max} = C_B \cdot V_B$ حسب علاقة التكافؤ : $C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{C_B \cdot V_B}{C_B \cdot V_{BE} - C_B \cdot V_B} = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

-2-2-3 التحقق من قيمة pK_A :العلاقة : $pH = pK_A + \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ تكتب :

$$pH = pK_A + \log \left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \right)$$

تكون $pH = pK_A$ عندما يكون : $\log \left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \right) = 0$ مبانيا (أنظر الشكل) نجد : $pK_A = 4,9$

الجزء الثاني : دراسة العمود كادميوم - فضة

1- اختيار الجواب الصحيح :

ب- القطب الموجب للعمود هو إلكترود الفضة.

التعليل :

حساب خارج التفاعل للمعادلة : $2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \xrightleftharpoons[\epsilon]{\epsilon} 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$ عند الحالة البدئية :

$$Q_{r,i} = \frac{[Cd^{2+}]_i}{[Ag^+]_i^2} = \frac{0,20}{0,40^2} = 1,25 < K = 5.10^{40}$$

تتطور المجموعة الكيميائية تلقائيا في المنحى المباشر أي منحى اختزال Ag^+ ومنه فإن القطب الموجب (الكاثود) للعمود هو إلكترود الفضة.

2-1- التعبير عن خارج التفاعل Q_r بدلالة x :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل	$2Ag_{(aq)}^+ + Cd_{(s)} \rightleftharpoons 2Ag_{(s)} + Cd_{(aq)}^{2+}$				كميات مادة e^- المنتقلة
الحالة البدئية	$C_1 \cdot V$	$n_i(Cd)$	بوفرة	$C_2 \cdot V$	$n(e^-) = 0$
بعد تمام المدة t	$C_1 \cdot V - 2x$	$n_i(Cd) - x$	بوفرة	$C_2 \cdot V + x$	$n(e^-) = 2x$
عند استهلاك العمود	$C_1 \cdot V - 2x_{max}$	$n_i(Cd) - x_{max}$	بوفرة	$C_2 \cdot V + x_{max}$	$n(e^-) = 2x_{max}$

$$Q_r = \frac{[Cd^{2+}]_t}{[Ag^+]_t^2} = \frac{\frac{C_2 \cdot V + x}{V}}{\left(\frac{C_1 \cdot V - 2x}{V}\right)^2} = \frac{(C_2 \cdot V + x) \cdot V}{(C_1 \cdot V - 2x)^2} = \frac{0,20 \times 0,25^2 + 0,25x}{(0,4 \times 0,25 - 2x)^2} = \frac{1,25 \cdot 10^{-2} + 0,25x}{(0,1 - 2x)^2}$$

2-2- حساب Q_r عند $t = 10\text{ h}$:

لنحدد x خارج التفاعل عند اللحظة t :

$$\begin{cases} n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I \cdot t}{F} \Rightarrow 2x = \frac{I \cdot t}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot t}{2F} = \frac{0,215 \times 10 \times 3600}{2 \times 9,65 \times 10^4} = 0,040\text{ mol} \\ n(e^-) = 2x \end{cases}$$

حساب Q_r :

$$Q_r = \frac{1,25 \cdot 10^{-2} + 0,25x}{(0,1 - 2x)^2} = \frac{1,25 \cdot 10^{-2} + 0,25 \times 0,04}{(0,1 - 2 \times 0,04)^2}$$

$$Q_r = 56,25$$

2-3- حساب $|\Delta m|$ تغير كتلة إلكترو الكاديوم عندما يستهلك العمود كليا :

$$|\Delta n(Cd)| = x_{max} = \frac{|\Delta m|}{M(Cd)}$$

$$|\Delta m| = x_{max} \cdot M(Cd)$$

حساب x_{max} المتفاعل المحد هو Ag^+ ومنه : $C_1 \cdot V - 2x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = \frac{C_1 \cdot V}{2}$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2} C_1 \cdot V \cdot M(Cd)$$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2} \times 0,40 \times 0,25 \times 112,4 = 5,62\text{ g}$$

الفيزياء (13 نقطة)

التحولات النووية (2,25 نقطة) : دراسة نشاط عينة مشعة

1- اختيار الجواب الصحيح :

ج- حسب منحنى أسطون ، بالنسبة للنوى الثقيلة ، تتناقص درجة الاستقرار مع تزايد ثقل النوى.

2- تعريف النشاط الإشعاعي من طراز B^- :

هو تفتت طبيعي وتلقائي تتحول خلاله النواة الأصلية 4_2X إلى نواة متولدة ${}^4_{2+1}Y$ مع انبعاث إلكترون ${}^0_{-1}e$ معادلة التفتت :

$${}^4_2X \rightarrow {}^4_{2+1}Y + {}^0_{-1}e$$

3- الطاقة المحررة $|\Delta E|$ عند تفتت نوية ${}^{60}_{27}Co$:

معادلة التفتت نوية ${}^{60}_{27}Co$:



$$\Delta E = (m({}^{60}_{28}X) + m({}^0_{-1}e) - m({}^{60}_{27}Co)).c^2$$

تحديد $m({}^{60}_{28}X)$:

$$E_\ell({}^{60}_{28}X) = [28 m({}^1_1p) + (60 - 28)m({}^1_0n) - m({}^{60}_{28}X)].c^2$$

$$m({}^{60}_{28}X) = 28 m({}^1_1p) + (60 - 28)m({}^1_0n) - E_\ell({}^{60}_{28}X).c^{-2}$$

نعوض في تعبير ΔE :

$$\Delta E = (28 m({}^1_1p) + (60 - 28)m({}^1_0n) - E_\ell({}^{60}_{28}X).c^{-2} + m({}^0_{-1}e) - m({}^{60}_{27}Co)).c^2$$

ت.ع :

$$\Delta E = \left(28 \times 1,00728 + 32 \times 1,00866 - \frac{588,387}{931,5} + 5,486.10^{-4} - 59,8523 \right) \times 931,5 MeV.c^{-2}.c^2$$

$$|\Delta E| \simeq 2,28 MeV$$

4- إثبات العلاقة $t_1 = \tau \ln \left(\frac{N_A \cdot m_0}{\tau \cdot M \cdot a_1} \right)$:

$$a_1 = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} = a_0 \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

لدينا :

$$\frac{a_1}{a_0} = e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Rightarrow t_1 = -\tau \cdot \ln \left(\frac{a_1}{a_0} \right)$$

$$\frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{M} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0}{M} \cdot N_A \quad \text{و} \quad \lambda = \frac{1}{\tau}$$

مع :

$$a_0 = \lambda \cdot N_0 = \frac{m_0 \cdot N_A}{\tau \cdot M}$$

$$t_1 = -\tau \cdot \ln \left(\frac{a_1}{a_0} \right) \quad t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{a_0}{a_1} \right)$$

$$t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{m_0 \cdot N_A}{\tau \cdot M \cdot a_1} \right)$$

حساب t_1 :

$$t_1 = \frac{2,8 \cdot 10^3}{365,25} \times \ln \left(\frac{50 \times 10^{-3} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{2,8 \cdot 10^3 \times 24 \times 3600 \times 60 \times 5,18 \cdot 10^{11}} \right) = 10,63 \text{ ans}$$

$$t_1 \simeq 10,63 \text{ ans}$$

الكهرباء (5,25 نقطة)

I- شحن مكثف و تفريغه

1- شحن المكثف

1-1 إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات :



ENNAJAH.MA

رفيقكم الدائم

$$u_R + u_C = E$$

$$R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = E$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$R \cdot C \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

1-2- تحديد المقاومة R للموصل الأومي :

حسب تعبير ثابتة الزمن : $\tau = R \cdot C$ مع : $\tau = 1 \text{ ms}$

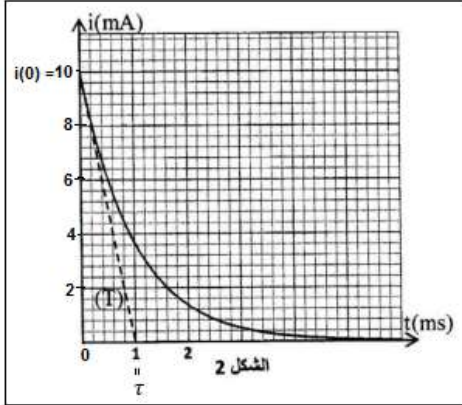
$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^{-6}} = 400 \Omega$$

1-3- تحديد U_0 :

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $i(0) = 10 \text{ mA}$

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i(0) = \frac{E - U_0}{R} \Rightarrow U_0 = E - R \cdot i(0)$$



$$U_0 = 8 - 400 \times 10 \times 10^{-3} = 4 \text{ V}$$

1-4- تعبير الطاقة الكهربائية E_{el} المكتسبة من طرف المكثف خلال مدة النظام الانتقالي :

$$E_{el} = E_e(t \rightarrow \infty) - E_e(0) = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C \cdot U_0^2$$

$$E_{el} = \frac{1}{2} C (E^2 - U_0^2)$$

$$E_{el} = \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^{-6} \times (8^2 - 4^2) = 6 \cdot 10^{-5} \text{ J} \quad \text{ت.ع :}$$

2- التذبذبات الحرة في الدارة RLC :

2-1- إثبات تعبير الطاقة المغنطيسية $E_m(t)$ بدلالة L و $i(t)$:

القدرة الكهربائية الممنوحة للوشية $P = U_L \cdot i$ مع : $u_L = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$

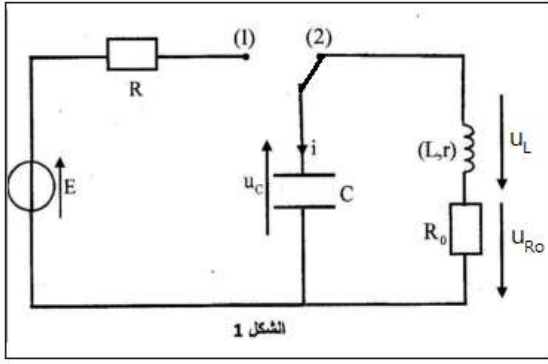
$$P = r \cdot i^2 + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} = r \cdot i^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)$$

القدرة الكهربائية هي مجموع قدرتين : قدرة مبددة بمفعول جول في الوشية $P_{th} = r \cdot i^2$

القدرة المخزونة في الوشية : $P_m = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot i^2 \right) = \frac{dE_m}{dt}$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t) + Cte$$

عند $t = 0$ لدينا $i(0) = 0$ و $E_m(0) = 0$ نستنتج ان $Cte = 0$



نستنتج الطاقة المخزونة في الوشعة هي : $E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t)$

2-2- تعبير $\frac{dE_t}{dt}$ بدلالة r و R_0 و $i(t)$:

لدينا : $E_t = E_e + E_m$

$$E_t = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

و بالاشتقاق نجد :

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i \cdot \left(\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} \right)$$

المعادلة التفاضلية :

$$u_L + u_{R_0} + u_C = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_0 \cdot i + u_C = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot (R_0 + r) + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -i \cdot (R_0 + r)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = -(R_0 + r) \cdot i^2$$

2-3- تحديد الطاقة المبددة :

$$|\Delta E_t| = E_t(0) - E_t(t_1) = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_1) - \frac{1}{2} L \cdot i^2(t_1)$$

عند اللحظة t_1 يأخذ التوتر بين مربطي الموصل الأومي قيمة قصوى أي ان شدة التيار تكون قصوى ومنه $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب :

$$u_{R_0}(t_1) = R_0 \cdot i_1 \quad \text{أي} \quad i_1 = \frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0}$$

المعادلة التفاضلية :

$$\Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} \Big|_{=0} + i_1 \cdot (R_0 + r) + u_C(t_1) = 0 \Rightarrow u_C(t_1) = -i_1 \cdot (R_0 + r) = -\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \cdot (R_0 + r)$$

نعوض في تعبير $|\Delta E_t|$ نجد :

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C \cdot \left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \cdot (R_0 + r) \right)^2 - \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \right)^2$$

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^{-6} \times 8^2 - \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^{-6} \times \left(\frac{0,44}{30} \times (30 + 7) \right)^2 - \frac{1}{2} \times 0,5 \times \left(\frac{0,44}{30} \right)^2$$

$$|\Delta E_t| = 2,58 \times 10^{-5} \text{ J}$$

II- التذبذبات القسرية في الدارة (RLC)

1- أختيار الجواب الصحيح

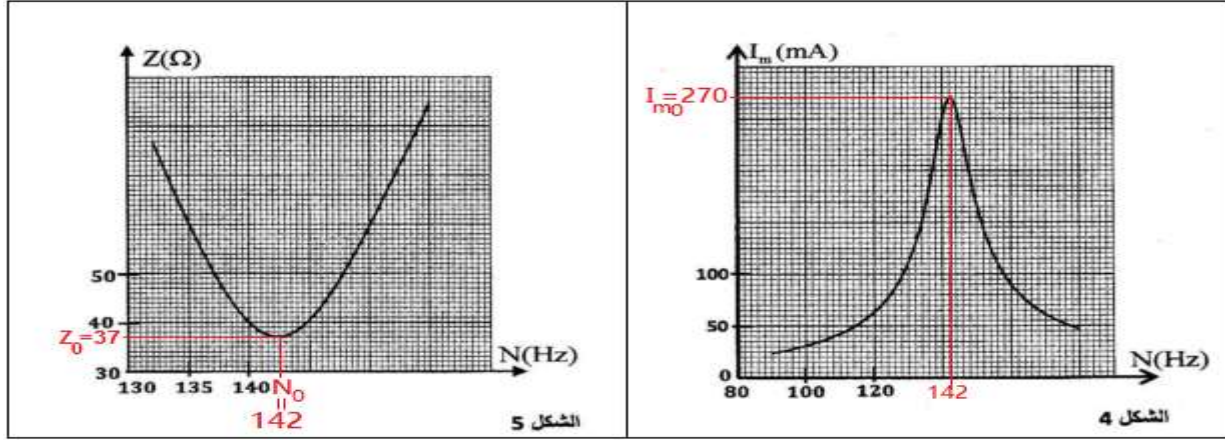
د- تعبير معامل الجودة هو $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$

2- تحديد قيمة كل من U_m و L_0 و r_0 :

عند الرنين يكون : $U_{m_0} = Z_0 \cdot I_{m_0}$



مبيانيا نجد : $Z_0 = 37\Omega$ و $I_{m0} = 270mA$



ت.ع : $U_m = 37 \times 0,270 = 9,99 \approx 10 \Omega$

تحديد L_0 :

عند الرنين يكون التردد N_R الذي يفرضه المولد مساويا للتردد الخاص N_0 للدارة RLC :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C}} \text{ مع } N_R = N_0$$

$$L_0 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot N_0^2 \cdot C} \quad \Leftarrow \quad N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L_0 \cdot C}$$

$$L_0 = \frac{1}{4\pi^2 \times 142^2 \times 2,5 \times 10^{-6}} = 0,5\Omega \quad \text{ت.ع :}$$

-تحديد r_0 :

ممانعة الدارة عند الرنين تساوي مقاومة الدارة : $Z_0 = R_0 + r_0$ أي : $r_0 = Z_0 - R_0$

$$r_0 = 37 - 7 = 7 \Omega \quad \text{ت.ع :}$$

3- قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة عند الرنين :

$$P = U \cdot I \cdot \underbrace{\cos\varphi}_{=1} = \frac{U_m \cdot I_m}{2}$$

$$P = \frac{10 \times 0,27}{2} = 1,35 W \quad \text{ت.ع :}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة المتذبذب (جسم صلب- نابض)

1- دراسة حركة المتذبذب الميكانيكي في وضعية أفقية

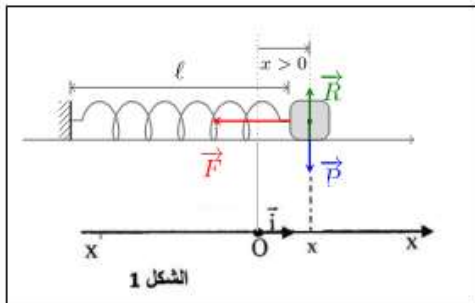
1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول $x(t)$:

المجموعة المدروسة : {الجسم (S)}

جرد القوى : وزن الجسم : $\vec{P}$

تأثير النابض : $\vec{T}$

تأثير المستوى الأفقي : $\vec{R}$



نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Ox :

$$P_x + T_x + R_x = m \cdot a_x$$

$$-kx = ma_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) + \frac{k}{m} \cdot x(t) = 0$$

1-2- تحديد قيمة كل من x_m و φ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow a_x(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$a_x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos(\varphi)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = -A_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

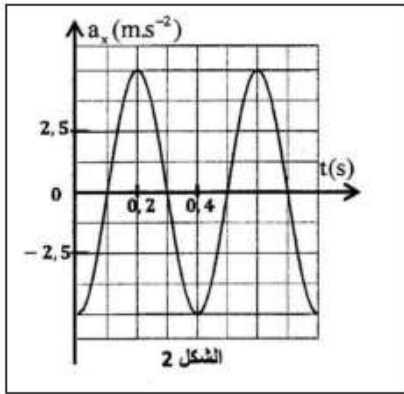
$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos(\varphi) = -A_m \cdot \cos(\varphi)$$

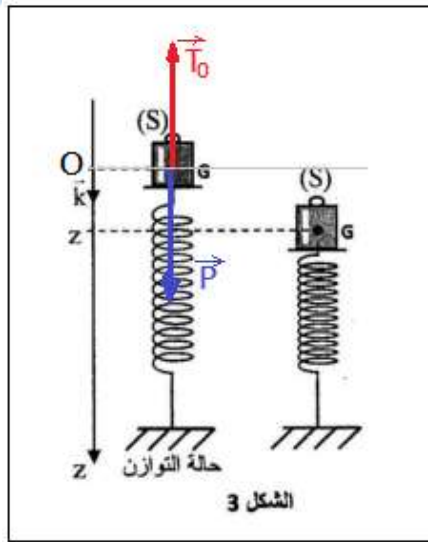
$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m = A_m \Rightarrow X_m = \frac{A_m}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = \frac{5}{\left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2} = 0,02 \text{ m} \Rightarrow X_m = 2 \text{ cm}$$

- تحديد φ :

$$a_x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{a_x(0)}{-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m} = \frac{-5}{\left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2 \times 0,02} = 1,01 \approx 0$$

$$\varphi = 0$$





2- دراسة حركة المتذبذب في وضعية رأسية :

2-1- تحديد هند التوازن ، الإطالة $\Delta\ell_0$ بدلالة m و K و g :

المجموعة المدروسة : (الجسم (S))

جرد القوى :

وزن الجسم $\vec{P}$ حيث : $\vec{P} = m \cdot \vec{g} = m \cdot g \cdot \vec{k}$

تأثير النابض $\vec{T}_0$ حيث : $\vec{T}_0 = -K \cdot |\Delta\ell_0| \cdot \vec{k}$

بما ان $\Delta\ell_0 < 0$ النابض مقلص فإن $\vec{T}_0 = K \cdot \Delta\ell_0 \cdot \vec{k}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$m \cdot g + K \cdot \Delta\ell_0 = 0$$

$$\Delta\ell_0 = -\frac{m \cdot g}{K}$$

2-2- إثبات تعبير طاقة الوضع الكلية E_p :

نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة O مرجعا لطاقة الوضع الثقالية ($E_{pp} = 0$ عند $z = 0$)

$$E_{pp} = -m \cdot g \cdot z + Cte \quad \text{لدينا : } Cte = 0$$

نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة ($E_{pe} = 0$) :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot a^2 + C'te \quad \text{حيث } a \text{ إطالة النابض أي : } a = z + \Delta\ell_0$$

$$\text{لدينا : } 0 = \frac{1}{2} K \cdot 0^2 + C'te \quad \text{أي : } C'te = 0$$

طاقة الوضع الكلية E_p يكتب :

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = -m \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} K \cdot (z - \Delta\ell_0)^2 = -m \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} K \cdot z^2 - K \cdot z \cdot \Delta\ell_0 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2$$

لدينا :

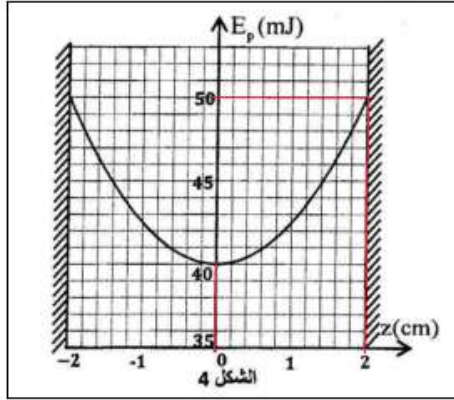
$$m \cdot g = -K \cdot \Delta\ell_0 = 0$$

$$E_p = K \cdot \Delta\ell_0 \cdot z + \frac{1}{2} K \cdot z^2 - K \cdot z \cdot \Delta\ell_0 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K \cdot z^2 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2$$

$$\text{نضع : } A = \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2 \quad \text{و} \quad B = \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2$$

$$E_p = A \cdot z^2 + B$$





2-3-1- قيمة كل من K و Δl_0 :

عند $z = 0$ لدينا : $E_{p0} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 = 40 \text{ mJ}$

عند $z = 2 \text{ cm}$ لدينا : $E_p = 50 \text{ mJ}$

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot z^2 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} K \cdot z^2 + E_{p0}$$

$$K = \frac{2(E_{p0} - E_p)}{z^2} = \frac{2(50 \cdot 10^{-3} - 40 \cdot 10^{-3})}{0,02^2} = 50 \text{ N/m}$$

$$E_{p0} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 \Rightarrow \Delta l_0 = -\sqrt{\frac{2E_{p0}}{K}} < 0$$

$$\Delta l_0 = -\sqrt{\frac{2 \times 40 \times 10^{-3}}{50}} = -4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta l_0 = -4 \text{ cm}$$

2-3-2- شغل قوة الارتداد عندما ينتقل G من $z_1 = 0$ إلى $z_2 = 1,4 \text{ cm}$:

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = -\Delta E_p$$

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = -(E_p(z_2) - E_p(z_1)) = \frac{1}{2} K \cdot z_1^2 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 - \frac{1}{2} K \cdot z_2^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} K \cdot (z_1^2 - z_2^2)$$

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = \frac{1}{2} \times 50 \times [0 - (1,4 \cdot 10^{-2})^2] = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = 4,9 \text{ mJ}$$

الجزء الثاني : تحديد شعاع مدار القمر حول الأرض

1- تعريف المرجع المركزي الأرضي :

ويسمى كذلك جيو مركزي هو مرجع أصله مركز الأرض و محاوره الثلاث متجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة و يستعمل لدراسة حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض .

2- اختيار الجواب الصحيح :

د- سرعة الحركة الدائرية المنتظمة لكوكب حول الشمس لا تتعلق بكتلة الكوكب .

التعليق : تعبير سرعة مركز قصور الكوكب حول الشمس و M كتلة الشمس و R شعاع مداره حول الشمس : $V = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب m .

3- التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس (ذي الكتلة M) على الأرض (ذي الكتلة m) يكتب :

$$\vec{F}_{S/T} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{u}_{ST}$$

في أساس فريني $(\vec{u}, \vec{n})$ يكتب التعبير السابق :

$$\vec{F}_{S/T} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{n}$$

حيث $\vec{n}$ و $\vec{u}_{ST}$ متجهتان واحدتان متعاكستان $(\vec{n} = -\vec{u}_{ST})$.

4- إثبات ان حركة G مركز قصور الأرض حول الشمس دائرية منتظمة :

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي :

$$\vec{F}_{S/T} = m \cdot \vec{a}$$

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{n} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot \vec{n}$$

نستنتج ان متجهة التسارع منتظمة و بالتالي التسارع المماسي منعدم :

$$v = Cte \quad \text{إذن} \quad a_T = \frac{dv}{dt} = 0$$

وبالتالي فإن حركة الأرض حول الشمس دائرية منتظمة .

5- إثبات القانون الثالث لكبلير :

باعتبار التسارع منظمي فإن : $a = a_N = G \cdot \frac{M}{R^2}$

في معلم فريني التسارع المنظمي يكتب : $a_N = \frac{v^2}{R}$

$$\frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$$

نعلم ان : $v = R\omega = \frac{2\pi R}{T}$ و حيث أن : $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$ فإن : $\frac{G \cdot M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$ يعني أن : $T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} \cdot R^3$

نستنتج القانون الثالث لكبلير : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} = Cte$

6- تعبير الشعاع r لمدار القمر حول الأرض بدلالة m و M و T و T' و R :

القانون الثالث لكبلير لدوران الأرض حول الشمس يكتب : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$ أي : $\frac{T^2}{R^3} \cdot M = \frac{4\pi^2}{G}$

القانون الثالث لكبلير لدوران القمر حول الأراض يكتب : $\frac{T'^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m}$ أي : $\frac{T'^2}{r^3} \cdot m = \frac{4\pi^2}{G}$

من العلاقتين نكتب :

$$\frac{T^2}{R^3} \cdot M = \frac{T'^2}{r^3} \cdot m \Rightarrow r^3 = \frac{T'^2}{T^2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R^3 \Rightarrow r = R \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2 \cdot \frac{m}{M}}$$

$$r = 1,49 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\left(\frac{27,32}{365,25}\right)^2 \cdot \frac{1}{3,35 \times 10^5}} \Rightarrow r = 3,81 \cdot 10^5 \text{ km} \quad \text{ت.ع.}$$

