

الدالة اللوغاريتمية النبيرة

تعريف:

الدالة الأسية النبيرة هي الدالة العكسية للدالة اللوغاريتمية النبيرة

و يرمز لها بالرمز: $\exp$

نضع لكل x من $\mathbb{R}$

$$\exp(x) = e^x$$

استنتاجات و خاصيات:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$
$e^x \times e^y = e^{x+y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln(e^x) = x$
$(r \in \mathbb{Q}) \quad (e^x)^r = e^{rx}$	$\forall x \in]0, +\infty[\quad e^{\ln x} = x$
$\frac{1}{e^x} = e^{-x}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0, +\infty[$
$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$	$e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$
	$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$
	$e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$

مجموعة التعريف:

الدالة f معرفة كما يلي:	مجموعة تعريف الدالة f هي:
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$

نهايات أساسية:

$(n \in \mathbb{N}^*)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n e^x) = 0$
	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

الانصاف:

الدالة $x \mapsto e^x$ متصلة على $\mathbb{R}$

لتكن u دالة معرفة على مجال I

إذا كانت u متصلة على المجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متصلة على المجال I

الاشتقاق:

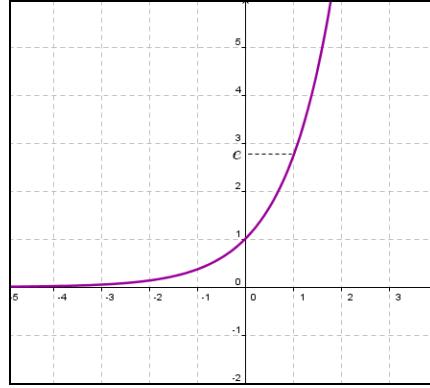
الدالة $x \mapsto e^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x$

لتكن u دالة معرفة على مجال I

إذا كانت u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن: الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I

ولدينا: $\forall x \in I \quad (e^{u(x)})' = u'(x) \times e^{u(x)}$

النموذج المبياني للدالة $\ln$:



← الدالة الأسية للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

تعريف:

الدالة العكسية للدالة $\log_a$ تسمى الدالة الأسية للأساس a ويرمز لها بالرمز: $\exp_a$

نضع لكل x من $\mathbb{R}$ $\exp_a(x) = a^x$

استنتاجات وخصائص:

$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2$ $a^x \times a^y = a^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad (a^x)^r = a^{rx}$ $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\log_a(a^x) = x$
	$\forall x \in]0; +\infty[\quad a^{\log_a(x)} = x$
	$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$
	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0; +\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a(y)$

نهايات و متناقضات:

$0 < a < 1$	$a > 1$
$a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$	$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	

المشتقة:

$$(a^x)' = (\ln a) \times a^x$$

